Clarissimo Viro, D. Guilielmo Pontio, *Anglice* Bridgeman, Johannes Wallis. *S.*

Oxoniæ, *Sept.* 2. 1692.

ACcepi, *Vir Clarissime, nudius tertius (noctu decubiturus) Literas tuas pridie datas* Londini (*Augusti* 30. *sera nocte* ;) *quibus heri non vacabat, alias occupato, respondere : Eisque inclusam Chartulam, typis impressam, cui asscriptus est dies* 4 April. 1692. *Quam as* Florentia *te accepisse mihi mittendam. Cui responsum meum expetis, quod* Florentiam *te remissurum polliceris.*

Continet ea Chartula Ænigma Geometricum, *quod (verborum involucris exemptum) hoc innuere judico Problema* ; Ab Hemisphærii curva superficie, Segmenta quatuor inter se æqualia sic amputare, ut reliquum sit Tetragonismi capax.

Simulque videtur innuere, In veteris Græciæ *monumentis etiamnum extare quidpiam quo illud fiat.*

Hoc esse existimo Hippocratis *Chii* Quadraturam Lunulæ.

Quippe cum Archimedes *demonstravit*, Curvam Hemisphærii superficiem æqualem duobus Circulis ejusdem Spæræ maximis, (*id est* quatuor Semicirculis;) *Docuitque* Hippocrates *Chius* Lunulam quadrare *quandam : Si singulis Hemisphærici hujusce Fornicis quadrantibus, tantundem eximatur, quanto deficit à Semicirculo ea Lunula ; Reliquum æquabitur Quadrato, quod Circulo Sphæræ maximo (cui hic insistit Fornix Hemisphæricus) inscribatur.*

Sic habes, Vir Clarissime, tum Ænigmatis *Enodationem, tum Solutionem Problematis.*

Si tamen, præter Ænigmaticam Problematis involutionem, subsit aliquid (de Templo) Historicum: putaverim ego, S. Sophiæ (*quod est* Constantinopoli) *Templum hic insinuatum.*

SCOLIUM.

Per *Hippocrates* Chii *Quadraturam Lunulæ* (1° Physicorum *Aristotelis*, & *Simplicii* in eum locum Commentariis, indicatam,) Si semicirculo A B D, in duos quadrantes A C D B C D deviso, aptetur A D subtensa quadrantalis arcus, radio C E bisecta in H: & centro H scribatur semicirculus A D F: Erit (propter quadratum rectæ A D subduplum quadrati rectæ A B) semicirculus A D F subduplus semicirculi A B D; adeoque quadranti A C D æqualis. Et (dempto utrinque communi segmento A D E) residua Lunula A E D F residuo Triangulo ADC æqualis. Talesque quatuor Lunulæ, talibus quatuor Triangulis; hoc est, Quadrato toti circulo inscripto ADBG.

Fig. 1.

Porro; per *Archimedis* demonstrata; Æquatur Sphæræ superficies, quatuor Circulis in ea Sphæra Maximis. Adeoque Hemisphærii superficies curva, talibus quatuor Semicirculis: talisque superficiei Hemisphæricæ Quadrans, uni semicirculo.

Circulus ADBG esto jam Basis Hemisphæricæ superficiei curvæ: cujus polus P, axis C P, plano basis perpendicularis, ejusqne quadrans unus D P *A*; qui plano EPC per axem transeunte bisecetur.

Fig. 2.

Ponantur item (ob commodiorem calculum) Circuli radius *R*, diameter $D = 2R$, peripheria *P*, expositus arcus *a*.

Positoque

Positoque quadrantali arcu DEA $=a=\frac{1}{4}P$; est semicirculus ABD $=aR=\frac{1}{4}RP$: triangulum ADC$=\frac{1}{2}R^2$ $=\frac{1}{4}RD$; reliquumque semicirculi (dempto hoc triangulo) $\frac{1}{4}RP-\frac{1}{4}RD$; cui æquale auferendum est ex DPA (quadrante superficiei hemisphæricæ curvæ, æquali semicirculo ABD) quo residuum æquetur exposito triangulo ADC.

Quod quum variis modis fieri possit; per ea quæ nos dudum docuimus Anno 1659. (ad calcem Tractatus de *Cycloide*, tum Editi, pag. 122. inserenda ad § 68.) iterumque Anno 1670 (in Tractatus *de Motu* capite V, prop. 24.) de *Figura Plana, æquali cuivis in superficie Spærica figuræ, circulis quibusvis (sive maximis, sive minoribus) terminatæ.* Sic fiat simplicissime;

Cum superficiei Sphæricæ segmenta, parallelis planis abscissa, sint Axis segmentis proportionalia (quod de exposita quadrantalis Cunei superficie DPA pariter valet:) Si sumatur, in axe CP, ut semicirculus $\frac{1}{4}RP$, ad semicirculum dempto triangulo $\frac{1}{4}RP-\frac{1}{4}RD$; hoc est, ut P ad $P-D$; sic CP ad CY: (sive, quod tantundem est, ut P ad D, sic CP ad PY:) planum per YZ basi parellelum, abscindet hujus superficiei curvæ portionem polo adjacentem, æqualem triangulo ADC. Quod cum, in reliquis superficiei curvæ quadrantibus, pariter fiat: æquabitur totum Abscissum (Polo adjacens) toti quadrato basi inscripto: Et sic tensum ut opportuit. Quod erat faciendum. Fig. 2.

Vel sic brevius. Est Hemisphærii superficies curva (utpote duobus circulis maximis æqualis) $=RP$. Quadratum circulo maximo inscriptum, $=2RR=RD$. Illudque ad hoc, ut P ad D. Adeoque (propter segmenta superficiei parallelis planis abscissa, segmentis axis proportionalia) sumptis CP ad PY ut P ad D, erit tum tota superficies $=RP$, tum portio ad Polum, plano ZY abſciſſa, $=RD$ quadrato baſi inſcripto. Quod erat faciendum.

Si dicatur ; Proceſſum hic eſſe ex præſumpti Circuli Quadratura, aut ratione quam habet circuli Perimeter ad Diametrum : Id omnino verum eſt. Sed non eſt objiciendum. Quia non poſtulat *Ænigma* propoſitum, ut Hemiſphæricæ ſuperficiei portiones *Abſciſſæ*, (quas *Feneſtras* vocat) ſed ut portio *Superſtes*, ſit Tetragoniſmi capax. Et quidem ſi utrumque poſtularet, poſtularet Circuli quadraturam abſolute Geometricam : quod haberi non poſſe ſatis conſtat.

Opificium quod ſpectat ; ſuper baſem planam, extra baſem Hemiſphærii poſitam, ſed ipſi contiguam ; cujus duo latera in angulum coeant ad A, intra protractas DA GA rectas, (quo *Feneſtrarum* quas vocat utrinque adjacentium liber proſpectus pateat, non impeditus,) extruatur Moles ſatis firma ; ita quidam ut, aſſurgente ſtructura, promineat ejus Acies, angulo ſuffulta, circuli arcum efficiens qualis eſt DZ, ad altitudinem Y aſſurgens. Et ſimiliter ad reliquos angulos DBG. Atque his demum ſtructuris (quaſi totidem Columnis) ad eam altitudinem provectis, imponatur Teſtudo, ſic intus excavata ut poſcit Hemiſphærica ſuperficies. Adeoque totum opus imperatum obſolvitur.

Fig. 2.

ALITER.

Idem fiet ſi, pro Quadrato baſi inſcripto, exponatur Quadratum quodvis QQ, (quod minus ſit quam Hemiſphærica ſuperficies curva.) Quippe ſi ſumatur, ut RP (hemiſphærica ſuperficies curva) ad QQ (expoſitum Quadratum,) ſic CP (axis hemiſphærii) ad PY (axis portionem polo adjacentem ;) planum ZY (baſi parallelum) abſcindet portionem ſuperficiæi ſphæricæ Tetragoniſmi capacem : Utpote æqualem expoſito quadrato QQ.

ALITER

ALITER.

Idem ſic aliter abſolvi poteſt ; ſed majore ſolicitudine.

Cum ſit (ut jam oſtenſum eſt) Hemiſphæricæ ſuperficiei curvæ Quadrans DPA, æqualis Semicirculo ABD ; ejuſque ſegmenta planis baſi parallelis abſciſſa, ſegmentis Axis proportionalia: Sumatur in DP quadrantali arcu, arcus PQ graduum 60 ; (quod mihi *Caſwellus* ſuggerit.) Fig. 2. Polo P deſcriptus Circulus QTS biſecabit Axem (propter ſinum verſum grad. 60. $=\frac{1}{2}R$:) adeoque quadrantem hemiſphæricæ ſuperficiei curvæ DPA dirimet in duo ſegmenta inter ſe æqualia. Quorum alterum, DQTSA quadrilinium, æquat quadrantem circularem BCD ; reliquumque Trilineum PQTS æquat quadrantem ACD. Unde ſi porro auferatur QRST bilineum, æquale ſegmento circuli ADE : reliquum trilineum PQRS, æquabat ADC triangulum. Taliaque quatuor, in quatuor Quadrantibus Hemiſphærii, æquabunt Quadratum baſi inſcriptum. Habebitur autum illud Bilineum per ea quæ nos dudum docuimus locis modo citatis.

Idem univerſalius ſic fiet.

Sumpto Q ubivis in arcu DZ (ne major ſit DQ quam DZ ;) Et, Quanto deficit quadrilineum DQTSA à toto auferendo, tantundem ſuppleat Bilineum QRST : Reliquum æquabit ADC triangulum.

Et quidem, ſi ſumatur Q in D (quo evaneſcat Quadrilineum) ſumendum erit Bilineum æquale toti auferendo. Sin ſumatur Q in Z (ut Bilineo non ſit opus) æquabitur Quadrilineum toti auferendo.

Eademque omnia (de Quadrilineo & Bilineo quæ ſimul compleant totum auferendum) pariter accommodanda erunt (mutatis mutandis) ſi, pro Quadrato baſi inſcripto,

inscripto, substituatur QQ quadratum quodvis; quod tota superficie curva hemisphærica non sit majus.

Sed quum processus hic (de bilineo sumendo) sit paulo operosior; sufficit simpliciorem praxin adhibuisse.

MONITUM.

Postquam hæc scripta fuerant, erantque sub prelo, rescivi tandem huic idem Problemati responsum dedisse Cl. Virum D. *Leibnitz*, illudq; in *Actis Lipsicis* comparere pro Mense *Junio* 1692. Quod fecit ut prelum sufflaminandum curaverim per aliquot septimanas donec illud conspicerem; quod ægre tandem obtinui (nam apud Bibliopolas nostros liber non estabat) exeunte *Decembri* nostro. Videoque Cl. Virum juxta mecum sentire, non esse *Problema Determinatum*, sed mille modis (nedum infinitis) solubile. Methodum ejus non repeto. Quam ibi quærat Lector, ut utramque si libet conferat. Citat ille suam *Geometriam Incomparabilium*, & *Analysin Infinitorum*, in *Actis Eruditorum* exstantes; sed quas ego nondum vidi (nam eorum libri sero ad nos perveniunt) nec tamen inde minus æstimo; sed tanto Viro dignas præsumo. Et quidem, si tempori vidissem, potuissem cum *Newtoni* & *Gregorii* methodis (his forte non absimiles) nostris inseruisse. Sed, cum alibi exstent, id minus erit opus. Est ejus Solutio Problematis (satis ingeniosa) ex comparatis superficiebus Sphærica & Cylindrica, atque Ungularum Doctrina (quas & nos alibi tractavimus) petita; & secundum *Indivisibilium* methodum demonstrata; (aliis interim adhibitis lineis quam Circularibus;) eodem die præstita (ut in re non admodum difficili) quo acceperit Problema. Nec in Problemate requiri existimat (uti nec ego) ut partes *Abscissæ* sed saltem ut pars *Residua* sit Quadrabilis.

IV. *The*

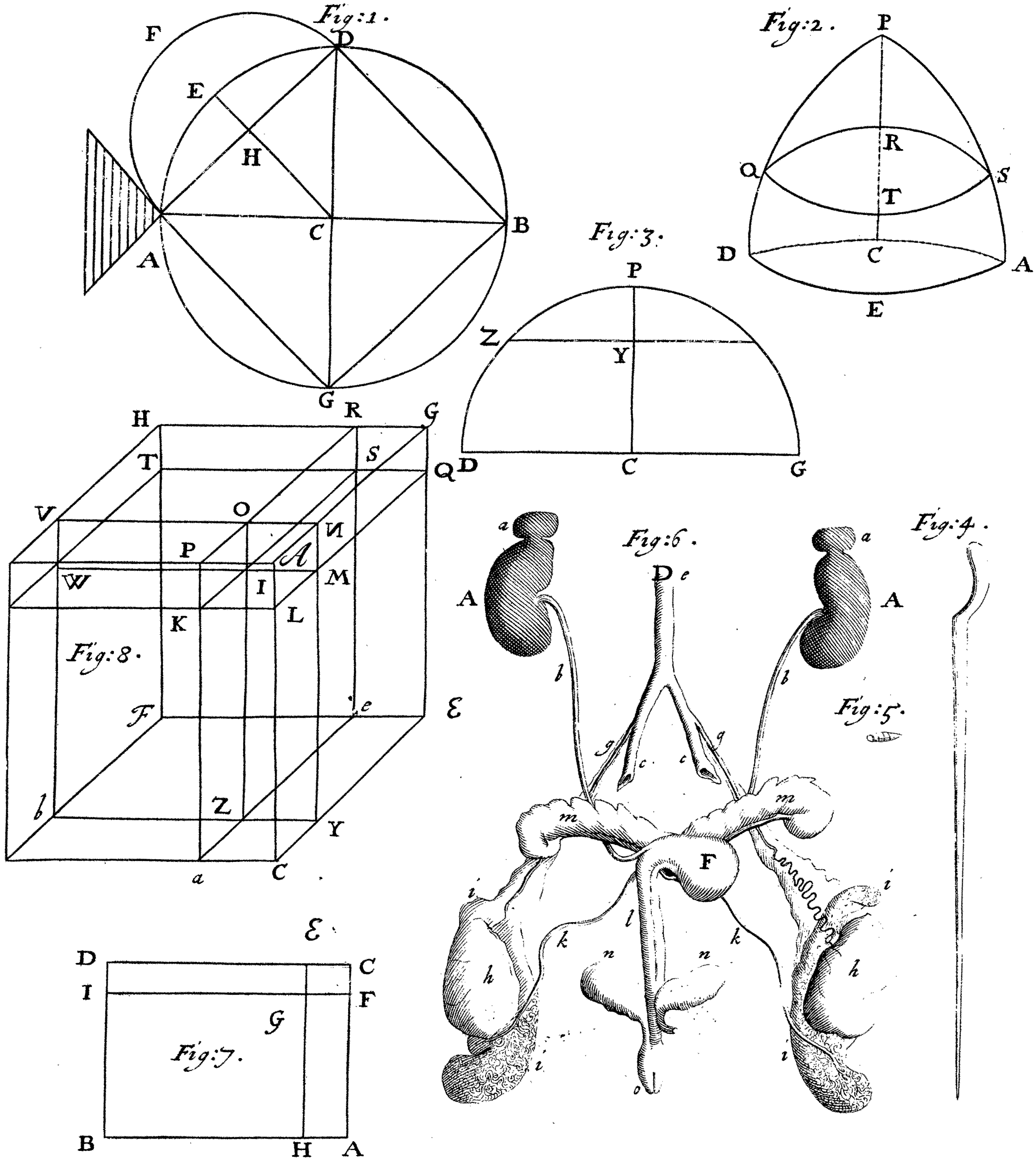

Fig:1.
F
D
E
H
A
C
B
G
Fig:2.
P
R
Q
S
T
D
C
A
E
Fig:3.
P
Z
Y
D
C
G
H
R
G
T
S
Q
V
O
P
W
I
M
K
L
Fig:8.
F
e
E
b
Z
Y
a
C
Fig:6.
D e
a
A
b
Fig:4.
a
A
b
Fig:5.
g
c
c
q
m
m
F
i
i
l
k
k
n
n
h
h
i
i
o
E
D
C
I
F
G
Fig:7.
B
H
A